

CNER CODE, IAȘI
CLASA A IX-A
DESCRIEREA SOLUȚIILOR

COMISIA ȘTIINȚIFICĂ

PROBLEMA A: AXEL ȘI MATRICEA

Propusă de: Răileanu Alin-Gabriel, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași

Pentru ca un element să se găsească pe diagonala principală, acesta trebuie să se afle pe o poziție de forma (i, i) , adică indicele liniei să fie egal cu cel al coloanei.

Pentru fiecare coloană din matrice vom reține un vector de 8000 de elemente, numit ap , ce va avea următoarea semnificație:

- $ap[i] = \text{costul minim pentru a duce un element cu valoarea } i \text{ pe diagonala principală, acesta aflându-se pe coloana curentă;}$
- $ap[i] = \text{infini\text{t}}$, dacă pe coloana curentă nu se află elemente cu valoarea i ;

În timp ce parcurgem coloanele și construim acest vector, vom reține un alt vector $cost$, cu 8000 de elemente, ce va avea următoarea semnificație:

- $cost[i] = \sum_{k=1}^n ap[i]$ pentru coloana k
- $cost[i] = \text{infini\text{t}}$, dacă nu se poate găsi elementul i pe fiecare dintre coloane.

În final, iterăm prin vectorul $cost$, iar în variabila $maxim$ vom reține valoarea maximă cerută în problemă, calculată după formula:

- $maxim = \max(i - cost[i])$, pentru fiecare i de la 1 la 8000.

Complexitatea teroretică: $O(N^2 + N * VMAX + N)$, unde $VMAX = 8000$;

PROBLEMA B: DIV11

Propusă de: Andrei Boacă, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași

Subtask-urile 1 și 2. Putem să iterăm prin toate perechile și să le alipim și să reținem într-o variabilă de tip *long long* numărul rezultat, pentru care să verificăm apoi dacă este divizibil cu 11.

Complexitate teoretică: $O(N^2)$

Subtask-ul 3. Cum un număr poate avea 17 cifre, nu mai putem reține numărul rezultat prin alipire într-o variabilă *long long*.

Putem, în schimb, să ținem numărul format prin alipire într-un șir de caractere, apoi să îi verificăm divizibilitatea cu 11 astfel:

- Ținem o variabilă numită $rest$ care să indice restul împărțirii la 11 a numărului. Vom itera de la stânga la dreapta prin șirul de caractere, iar variabila $rest$ va deveni la fiecare pas $(rest * 10 + (s[i] - '0')) \bmod 11$, unde $s[i]$ reprezintă caracterul de pe poziția i .

Complexitate teoretică: $O(N^2)$

Subtask-ul 4. Se observă că numerele care se pot forma sunt doar 11, 22, 33, ..., 99.

Trebuie doar să aflăm frecvența fiecărei cifre în șir și să adunăm $f[i] * (f[i] - 1)$ la răspuns, unde $f[i]$ este frecvența cifrei i .

Complexitate teoretică: $O(N)$

Subtask-ul 5. Numerele formate au maxim 6 cifre.

Putem itera prin toate numerele de maxim 6 cifre, apoi putem considera toate modurile de a le împărți în două numere de maxim 3 cifre și să adunăm produsul frecvențelor.

Complexitate teoretică: $O(N)$

Subtask-ul 6. Fie numerele $A = a_1a_2a_3...a_p$, respectiv $B = b_1b_2...b_t$.

Observăm că numărul format din alipirea lui B în spatele lui A este $A * 10^t + B$. Deci, restul acestuia la împărțirea cu 11 va fi $[(A \bmod 11) * (10^t \bmod 11 + B \bmod 11)] \bmod 11$.

Astfel, pentru fiecare număr ne intersează doar două lucruri:

- Restul său la împărțirea cu 11;
- Restul împărțirii lui 10^t la 11, unde t este numărul de cifre.

Vom crea așadar un vector de frecvență:

- $f[i][j]$ = numărul de numere pentru care restul la împărțirea cu 11 al lui 10^t este i , iar restul numărului propriu-zis la împărțirea cu 11 este j .

Observăm că i poate avea doar valorile 1 și 10.

Acum, putem parcurge fiecare număr A din șir și vom încerca să numărăm câte numere B sunt compatibile cu A .

Vom itera prima dată după i (doar prin 1 și 10), apoi vom deduce pe baza formulei de mai sus ce rest trebuie să aibă B (adică care este j -ul corespunzător) și vom aduna la răspuns $f[i][j]$.

Trebuie să fim atenți la cazul în care A se poate alipi în spatele lui A .

Complexitate teoretică: $O(N)$

PROBLEMA C: LEGENDA

Propusă de: Andrei Boacă, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași

Subtask-ul 1. Pentru acest subtask se poate parcurge în întregime fiecare triunghi, adăugând în fiecare celulă cât este necesar.

Complexitate teoretică: $O(Q * N * N)$

Subtask-ul 2. Observăm că în cadrul unui triunghi toate diagonalele au aceeași valoare.

Astfel, putem aplica Șmenul lui Mars pe fiecare diagonală.

Considerăm fiecare diagonală a matricii un vector independent. Pentru fiecare query, putem parcurge diagonalele pe care le afectează și putem aduna pe fiecare dintre acestea valoarea sa corespunzătoare.

Complexitate teoretică: $O(Q * N + N * N)$