

**Principiul parităţii**

*Principiul parităţii constă în separarea cazurilor pare şi impare dintr-o situaţie.*

1. Demonstraţi că se poate scrie ca o sumă de două numere naturale impare consecutive,

iar se poate scrie ca sumă de trei numere impare consecutive.

1. Se pot înlocui steluţele din egalitatea  prin semnele “+” sau “-“

astfel încat egalitatea să devină adevărata?

1. Să se arate că suma a n numere naturale impare consecutive ( n>1) nu poate fi un număr

prim.

1. Dacă pe o tablă de şah un cal a efectuat 7 salturi, arătaţi că acesta nu poate ajunge pe

pătrătelul iniţial.

1. O locomotivă face manevre pe o cale ferată în direcţii diferite faţă de punctul de plecare. Prima

manevră măsoară 3m, a doua 5m, a treia 7m, a patra 9m, ş.a.m.d.După 99 de manevre locomotiva

poate ajunge în punctul iniţial?

1. La un congres international al matematicienilor, s-au intalnit n persoane, dar nu fiecare a dat

mana cu toate celelalte, unii dintre ei fiind certati. Sa se arate ca numarul celor care au dat mana de

un numar impar de ori este par.

7) Pe o tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3,…,100. Se aleg la întamplare doua numere şi se şterg, iar pe tablă se scrie diferenta

pozitivă a acestora. Procedam la fel cu cele 99 nr. ramase si continuam până cand ramâne un singur nr. Este posibil ca

acesta sa fie 1? Dar daca initial au fost scrise nr. 1, 2, …100, 101 ?

8) Intr-un tabel sunt scrise primele numere naturale nenule în randuri egale de la stanga la dreapta. Stiind

ca numarul 116 se afla pe randul de la mijloc iar in dreptul acestui număr , pe ultimul rand, se afla

227, sa se afle cate numere contine tabelul.

**Principiul lui Dirichlet (principiul cutiei)**

*“Dacă repartizăm n+1 obiecte în n cutii, atunci cel puţin două obiecte vor fi in aceeaşi cutie”*

*Forma generală: “ Daca asezăm kn+1 obiecte în n cutii, atunci cel puţin k+1 obiecte vor fi în aceeaşi cutie.”*

1. Să se arate că oricum am alege 7 pătrate perfecte, distincte, există cel puţin două a căror diferenţă este divizibilă cu 10.
2. Demonstraţi că din oricare 5 numere prime diferite de 2 putem alege două cu diferenţa multiplu de 8.
3. Intr-o sală se găsesc n persoane (n2). Sa se demonstreze că printre ele se găsesc doi oameni care au acelaşi număr de cunoscuţi.
4. Sa se arate ca orice număr prim cu 10 admite un multiplu care se scrie folosind numai cifra 3.
5. Arătaţi că dintre 23 de numere naturale există întotdeauna cel puţin 3 numere care dau acelaşi rest la împărţirea cu 11.
6. Intr-o şcoală sunt 19 clase de elevi. In fiecare clasă sunt cel puţin 25 de elevi şi cel mult 30 de elevi. Arătaţi ca exista cel puţin 4 clase cu acelaşi număr de elevi.
7. La un test, dintr-o clasă de 30 de elevi, 22 de elevi au rezolvat prima problema, 23 de elevi au rezolvat a doua problemă, 24 a treia,şi 25 au rezolvat problema a patra. Să se arate că cel puţin patru elevi au rezolvat toate cele patru probleme.
8. Să se arate că oricum am alege 51 de numere dintre 1, 2, …,100 există două dintre acestea care sunt prime între ele.
9. Sa se arate că din oricare 101 numere naturale, putem alege 11 a caror sumă este un număr divizibil cu 11.
10. Intr-un magazin, ciocolatele de un anumit tip sunt asezate pe un stand în 25 de cutii a cate 11 bucăţi iar clienţii îşi aleg ciocolatele, pentru a le cumpara, dintr-o cutie la întamplare. Arătaţi ca în orice moment, există 3 cutii care contin acelaşi număr de ciocolate.
11. La o masă sunt 5 barbaţi şi 5 femei. Să se arate că există o persoana, bărbat sau femeie, care se află între doi bărbaţi.
12. Pe o tabla de şah se află 31 de piese. Sa se demonstreze ca pe tabla intotdeauna se va găsi un “unghi” din trei pătrăţele libere.
13. Se consideră 51 de numere naturale mai mici ca 100. Să se arate ca există două astfel incât unul se divide cu celălalt.
14. Să se arate ca din oricare 4 numere pare sau 4 impare, se pot alege doua a caror diferenta sa fie multiplu de 10.

**Bibliografie : A. Bălăucă – “Teme pentru activităţi opţionale”**

**A. Bălăucă- “Olimpiade, concursuri, centre de excelenţă”**

**L. Panaitopol – “Probleme de teoria numerelor şi combinatorică”**

Selecţie realizată de prof. Mihaela Bucătaru