CEX CLASA A VII-A

13.11.2010

profesor Timohe Gabriel, Colegiul National “G. Ibraileanu” Iasi

Modulul unui numar real.

Partea intreaga si partea fracționară a unui numar real.

Exercitii propus:

I.

1. Pe un cerc se scriu numerele in aceasta ordine. Se stie ca modulul diferentei oricaror doua numere vecine este acelasi si ca . Aflati numerele.

Solutie:

Rezulta ca .

2. Determinati astfel incat

.

Solutie:

Rezulta ca solutia ecuatiei verifica si relatia .

, , ,

sau .

Se obtin perechile (0,-2) si (0,1). Solutia ecuatiei este (0,-2).

3. Consideram multimile si astfel incat .

a)Aratati ca suma elementelor lui nu poate fi 1937.

b)Dati un exemplu de multime care verifica cerintele problemei si care are suma elementelor 1938.

Solutie:

a)Suma elementelor multimii este deci un numar par. Elementele multimii sunt ori elemente ale multimii ori opusul unor elemente ale multimii . Daca in multimea un singur element este inlocuit cu opusul sau atunci suma elementelor multimii devine deci un numar par. Rezulta ca suma elementelor multimii nu poate fi un numar impar.

b)

4. Sa se arate ca daca numerele reale au proprietatea

,

atunci .

Solutie:

Daca rezulta .

Daca , prin adunarea relatiilor se obtine

imposibil.

5. Aflati numerele intregi stiind ca:

.

Solutie:

Rezulta ca .

6. Determinati cifrele stiind ca .

Solutie:

Rezulta ca .

II.

1. Rezolvati in multimea numerelor naturale ecuatia:

.

Solutie:

.

.

Rezulta .

2. Rezolvati in Q ecuatia .

Solutie:

.

.

Se obtine .

3. Sa se rezolve ecuatia:

.

Solutie:

.

4. Rezolvati ecuatia:

.

Solutie:

Ecuatia se scrie sub forma sau .

1) imposibil

2).

imposibil

.

5. Rezolvati in multimea numerelor rationale pozitive ecuatia:

Solutie:

.

.

Deoarece este un numar rational pozitiv rezulta ca este solutia ecuatiei.

6. Calculati suma , daca .

Solutie:

In fiecare paranteza toti termenii sunt egali cu primul termen. Se formeaza paranteze. In a -a paranteza sunt termeni.

.

7. Sa se rezolve in multimea numerelor reale ecuatia:

.

Solutie:

.

8. Se da numarul natural cu cifre scris in baza 10. Aratati ca .

Solutie:

Demonstram ca

Notam .

9. Pentru determinati numerele reale astfel incat .

Solutie:

este solutie.

Rezulta .

fals.

III. Exercitii propuse ca tema pentru elevi:

1. Aratati ca nu exista numere reale astfel incat .

2. Sa se rezolve in multimea numerelor rationale pozitive ecuatia:

.

3. Sa se rezolve ecuatia in multimea numerelor intregi.

4. Determinati numerele naturale pentru care .

5. Rezolvati ecuatia .

6. Rezolvati ecuatia